MC448 – Complexidade de Algoritmos
Lista de Exercícios 11

Orlando Lee

A numeração abaixo nos exercícios refere-se à **segunda edição** (CLRS).

Caminhos mínimos

1. (CLRS 24.2-4) Descreva um algoritmo eficiente para contar o número total de caminhos em um grafo orientado acíclico. **Sugestão:** para cada vértice v considere o número de caminhos que começam em v. A soma desses números é o número total de caminhos. Então basta saber como determiná-los.

2. (CLRS 24.3-2) Mostre um grafo orientado com arestas negativas para o qual o algoritmo de Dijkstra não funciona corretamente.

3. (CLRS 24.3-3) Suponha que modifiquemos a linha 4 do algoritmo de Dijkstra para

   4 **enquanto** $|Q| > 1$

   Esta mudança faz com que o laço seja executado $|V| - 1$ vezes em vez de $|V|$ vezes. Este novo algoritmo (com a linha modificada) está correto?

4. (CLRS 24.3-4) Seja $G = (V, E)$ um grafo orientado onde para cada aresta $(u, v) \in E$ está associada um valor real $r(u, v)$ entre 0 e 1 que representa a confiabilidade da comunicação do canal entre u e v. Interprete $r(u, v)$ como a probabilidade do canal (u, v) não falhar e suponha que as probabilidades são independentes. Descreva um algoritmo para encontrar um caminho mais confiável entre dois vértices s e t dados (o produto das probabilidades das arestas do caminho é a maior possível).

5. (CLRS 24.3-6) Seja $G = (V, E)$ um grafo orientado onde cada aresta tem um peso inteiro no intervalo 0 e W onde W é um inteiro não negativo. Modifique o algoritmo de Dijkstra para determinar os caminhos minínimos a partir do vértice origem s em tempo $O(WV + E)$.

6. (CLRS 24.3-7) Modifique o algoritmo do exercício anterior para ter complexidade de tempo $O((V + E) \lg W)$.

7. (CLRS 24.1-3) Seja $G = (V, E)$ um grafo orientado sem ciclos negativos. Para cada par u, v de vértices, seja $m_{u,v}$ o maior número de arestas que um caminho mínimo de u a v em G possui. Seja m o máximo dos valores $m_{u,v}$. Modifique o algoritmo de Bellman-Ford de modo que ele termine em $m + 1$ passos, mesmo que o valor de m não seja previamente conhecido.

8. Considere o problema de dado um grafo orientado $G = (V, E)$, verificar se este contém um ciclo negativo. Mostre como modificar o algoritmo de Bellman-Ford para resolver este problema.